

Экономический журнал ВШЭ. 2017. Т. 21. № 1. С. 114–144.
HSE Economic Journal, 2017, vol. 21, no 1, pp. 114–144.

Фискальная политика в условиях несбалансированной пенсионной системы¹

Мамедли М.

Старение населения и несбалансированность государственных финансов вынуждает правительство проводить реформы для обеспечения устойчивости пенсионной системы. Необходимость проведения пенсионных реформ вызвана тем, что правительство ограничено в возможности покрывать дефициты пенсионного фонда за счет средств государственного бюджета. В работе предлагается модификация модели перекрывающихся поколений, предложенной в статье [Bettendorf, Heijdra, 2006]. Модель была расширена для учета несбалансированной распределительной пенсионной системы и эндогенной ставки процента, играющей важную роль при расчете пенсионных расходов. В работе рассматривается зависимость оптимальной комбинации инструментов фискальной политики от пенсионного возраста, продолжительности жизни, производительности труда и проводится сравнение общественного благосостояния при оптимальном выборе инструментов для случаев сбалансированной и несбалансированной пенсионной системы. Анализ общественного благосостояния показывает, что финансирование дефицита пенсионного фонда за счет подоходного налога является частью оптимальной политики. Также показано, что в случае, когда дефицит пенсионного фонда покрывается за счет средств государственного бюджета, подоходный налог и социальные отчисления являются совершенными субститутами при рассмотрении внутреннего решения. Так, в случае сбалансированной пенсионной системы оптимальные социальные отчисления положительны и направляются на финансирование пенсионных расходов, в то время как оптимальная ставка налога не меняется с увеличением темпа роста населения. В то же время в случае несбалансированной пенсионной системы максимизация общественного благосостояния дает угловое решение, характе-

¹ Исследование осуществлено в рамках Программы фундаментальных исследований НИУ ВШЭ в 2017 г.

Содержание настоящей статьи отражает личную позицию автора и может не совпадать с официальной позицией Банка России.

Мамедли Мариам – главный экономист Департамента исследований и прогнозирования Центрального банка Российской Федерации (Банк России), младший научный сотрудник Научно-учебной лаборатории макроэкономического анализа Национального исследовательского университета «Высшая школа экономики» (НИУ ВШЭ). E-mail: mmamedli@hse.ru

Статья поступила: 27.12.2016/Статья принята: 06.02.2017.

ризующееся нулевыми социальными отчислениями и положительной ставкой подоходного налога, которая зависит от темпа роста населения, а также пенсионного возраста и производительности труда. При этом несбалансированная пенсионная система при оптимальном выборе социального налога и социальных отчислений позволяет достичь более высокого общественного благосостояния за счет более высокой капиталовооруженности труда, приводя и к более низкому уровню государственного долга в равновесии.

Ключевые слова: перекрывающиеся поколения; оптимальная фискальная политика; пенсионный возраст; несбалансированная пенсионная система.

1. Введение

Проведение многими европейскими странами реформы пенсионной системы для обеспечения ее будущей устойчивости подчеркивает актуальность исследования параметров пенсионной системы с учетом проводимой фискальной политики. В случае несбалансированной пенсионной системы рост расходов на пенсионные выплаты, вызванный старением населения, приводит к увеличению субсидий из федерального бюджета, которые остаются одними из основных источников покрытия дефицита пенсионного фонда. По оценке ОЭСР, эта часть государственных расходов в странах ОЭСР увеличится с 9,3% ВВП в 2010 г. до 11,7% ВВП к 2050 г. [ОЭСР, 2013]. Последствия старения населения усугубляются проблемами, связанными с государственными финансами, обострившимися после финансового кризиса 2008–2009 гг.

В России дефицит пенсионного фонда также покрывается за счет трансферта из федерального бюджета. Его величина составила 4,3% ВВП в 2013 г., 3% в 2014 г. и 3,8% в 2015 г.² Более того, доля межбюджетных трансфертов из федерального бюджета в общей сумме доходов бюджета Пенсионного фонда России планируется в 2016 г. равной 42,3%, после 42,0% в 2015 г. В соответствии с проектом бюджета ПФР на 2017–2019 гг. эта доля достигнет 45,2% в 2017 г. и снизится до 41,5% в 2019 г.³

С учетом роста пенсионных расходов изменение параметров пенсионной системы (повышение пенсионного возраста, социальных отчислений или сокращение пенсий) может быть рассмотрено как альтернатива традиционным мерам фискальной консолидации. Целью данного исследования является определение оптимального с точки зрения общественного благосостояния выбора подоходных налогов и социальных отчислений, выявление факторов, влияющих на этот выбор, а также сравнение оптимального выбора фискальных инструментов и общественного благосостояния в случае сбалансированной и несбалансированной пенсионной системы.

Исследования можно условно разделить по типу рассматриваемой пенсионной системы. Первое направление посвящено реформированию распределительной пенсионной системы (см., например: [Nickel et al., 2008; Karam et al., 2010; Kilponen et al., 2006; Castro

² Трансферт сократился из-за заморозки накопительной составляющей пенсионных сбережений.

³ По данным проекта бюджета Пенсионного фонда России (ПФР) на 2017 г. и на плановый период 2018–2019 гг.

et. al., 2016; Almeida et al., 2013; Pierrard, Snessens, 2009; Marchiori-Pierrard, 2012]). Второе направление рассматривает переход от распределительной к накопительной пенсионной системе [Borsch-Supan et al., 2006; McGrattan, Prescott, 2015]. Существует также ряд работ, анализирующих последствия проводимой политики в обоих типах пенсионных систем [Marchiori et al., 2011; de la Croix et al., 2013]. Данное исследование можно отнести к первому направлению.

Анализ построен на модели перекрывающихся поколений, разработанной [Yaari, 1965; Blanchard, 1985] и расширенной [Buiter, 1988; Giovannini, 1988; Weil, 1989; Bovenberg, 1993]. Модель [Bettendorf, Heijdra, 2006] была расширена для того, чтобы определить оптимальную комбинацию инструментов фискальной политики и проанализировать, какие факторы влияют на оптимальный выбор. Авторы [Bettendorf, Heijdra, 2006] анализировали последствия сокращения пенсий и повышения пенсионного возраста в открытой экономике с сектором торгуемых и неторгуемых товаров. Однако их анализ основан на модели с экзогенной ставкой процента и сбалансированной пенсионной системой. Мы расширяем эту модель для анализа несбалансированной пенсионной системы с эндогенной ставкой процента, которая играет важную роль в аннуитетных пенсионных расчетах. Более того, в отличие от работы [Bettendorf, Heijdra, 2006], где было рассмотрено влияние шоков на благосостояние отдельных поколений, мы анализируем оптимальный выбор инструментов бенеvolentного правительства, максимизирующего функцию общественного благосостояния.

Другая работа, близкая к данному исследованию, – это [Nickel et al., 2008], где расширяется подход авторов работ [Nielsen, 1994; Bettendorf, Heijdra, 2006] для анализа несбалансированной пенсионной системы. Авторы [Nickel et al., 2008] рассматривают три типа шоков в экономике с сокращающейся численностью населения: отмена пенсионной системы и сокращение подоходного налога; отмена пенсионной системы и сокращение искажающего корпоративного налога; и повышение пенсионного возраста. Исследователи приходят к выводу, что отрицательные последствия пенсионных реформ могут быть смягчены соответствующей налоговой политикой. Тем не менее они рассматривают правительство как неоптимизирующего агента и анализируют переходную динамику макроэкономических показателей при экзогенных изменениях инструментов, что не позволяет сравнить их результаты с полученными в данной работе. В отличие от авторов [Nickel et al., 2008] мы определяем оптимальную социальную политику (подоходный налог и социальные отчисления) и сравниваем оптимальный выбор инструментов в равновесии при увеличении и сокращении численности населения.

Данный класс моделей не позволяет получить аналитическое решение, поэтому модель была калибрована на основе используемых в литературе значений параметров. Было проведено сравнение оптимальной комбинации инструментов политики в классе динамически эффективных равновесий при различных структурных характеристиках экономики.

Из проведенного анализа следует, что оптимальный подоходный налог и социальные отчисления являются совершенными заменителями с точки зрения выбора оптимального инструмента фискальной политики. При фиксированном подоходном налоге оптимальная доля социальных отчислений тем ниже, чем выше пенсионный возраст и чем выше темп роста населения. Однако в случае совместного выбора подоходного налога и социальных отчислений в задаче максимизации общественного благосостояния оп-

тимальным является финансирование пенсий через подоходный налог. Выбор углового решения приводит к тому, что подоходный налог становится тем инструментом, который подстраивается под изменения пенсионного возраста и темпа роста населения.

Взаимозаменяемость подоходного налога и социальных отчислений подтверждает и сравнение оптимальных фискальных инструментов в случае сбалансированной и несбалансированной пенсионной системы. Сравнение двух режимов пенсионной системы показывает, что в первом случае доля социальных отчислений строго положительна и сокращается с темпом роста населения, в то время как оптимальный подоходный налог не зависит от темпа роста населения. В случае несбалансированной пенсионной системы, напротив, имеет место угловое решение, позволяющее достичь максимума общественного благосостояния: оптимальные социальные отчисления равны нулю, а оптимальный подоходный налог тем ниже, чем выше темп роста населения. Такая комбинация подоходного налога и социальных отчислений остается оптимальной в стационарных состояниях при различной продолжительности жизни и производительности труда. В случае несбалансированной пенсионной системы оптимальная ставка подоходного налога выбирается в зависимости от структурных характеристик экономики, в то время как оптимальная доля социальных отчислений находится на нуле.

Работа структурирована следующим образом. В разделе 2 представлена модель перекрывающихся поколений с несбалансированной пенсионной системой. В разделе 3 приведен сравнительный анализ оптимального выбора фискальных инструментов и общественного благосостояния в случае сбалансированной и несбалансированной пенсионной системы, а также рассмотрено влияние различного пенсионного возраста, изменения продолжительности жизни и производительности труда на оптимальный выбор benevolentного правительства. Основные выводы приведены в заключении.

2. Модель

Модель [Bettendorf, Heijdra, 2006] была расширена путем рассмотрения несбалансированной пенсионной системы, дефицит которой покрывается за счет средств государственного бюджета. Кроме того, рассматривается закрытая экономика с эндогенной ставкой процента.

Экономика состоит из домашних хозяйств, фирм и правительства. Домашние хозяйства максимизируют приведенную полезность от потребления с учетом ожидаемой продолжительности жизни. Они платят подоходные налоги на протяжении всей жизни, а социальные отчисления – до достижения пенсионного возраста. После достижения пенсионного возраста домашние хозяйства получают пенсии и трудовой доход, который сокращается с возрастом домашнего хозяйства. В модели также предполагается, что индивиды работают на протяжении всей жизни. Это предположение является распространенным в данном классе моделей и вводится для упрощения построения модели и вывода равновесия. Параметры модели были подобраны таким образом, чтобы это предположение не искажало агрегированную динамику и равновесие.

В экономике также существует пенсионный фонд, который финансирует выплату пенсий за счет поступающих в него социальных отчислений. В случае образования дефицита пенсионного фонда он покрывается за счет средств государственного бюджета.

По ходу изложения модели заглавные буквы обозначают агрегированные переменные, строчные буквы с чертой (\bar{c}) – переменные, характеризующие деятельность репрезентативного домохозяйства, а строчные буквы – агрегированные переменные на душу населения.

2.1. Домашние хозяйства

Индивидуальное потребление. В каждый момент времени t репрезентативный потребитель, рожденный в момент времени ν , максимизирует ожидаемую приведенную полезность на оставшемся временном горизонте:

$$(1) \quad U(\nu, t) = \int_t^{\infty} [\ln \bar{c}(\nu, \tau)] e^{(\rho+\beta)(t-\tau)} d\tau,$$

где \bar{c} – частное потребление; $\rho > 0$ – норма межвременных предпочтений; $\beta \geq 0$ – вероятность смерти.

Вслед за исследованиями [Nielsen, 1994; Bettendorf, Heijdra, 2006] рассматривается распределительная пенсионная система. Предполагается, что молодые домашние хозяйства до достижения возраста π платят аккордные пенсионные отчисления t_w . При достижении возраста π домашние хозяйства начинают получать пенсии z . Пороговое значение π может быть условно названо пенсионным возрастом, тем не менее домашние хозяйства продолжают работать на протяжении всей жизни.

В модели предполагается совершенно неэластичное предложение труда: каждое домашнее хозяйство предлагает одну единицу труда. С полученного трудового дохода домашние хозяйства платят подоходный налог по ставке t_L . Домашние хозяйства также получают процент $r(t)$ по финансовому богатству, $\bar{a}(\nu, t)$, и актуарный аннуитетный платеж, $\beta a(\nu, t)$, выплачиваемый страховой компанией⁴. Процентный и чистый трудовой доходы, $WI(\nu, t)$, расходуются домашними хозяйствами на потребление и сбережения. При этом финансовое богатство домашних хозяйств может быть проинвестировано в капитал \bar{k} и государственные облигации \bar{a}^G , где обе компоненты выражены в единицах потребительского блага.

Таким образом, бюджетное ограничение каждого домашнего хозяйства имеет следующий вид⁵:

$$(2) \quad \dot{\bar{a}}(\nu, t) = (r(t) + \beta)\bar{a}(\nu, t) + WI(\nu, t) - \bar{c}(\nu, t),$$

⁴ См.: [Yaari, 1965; Blanchard, 1985]. В бюджетном ограничении используется предпосылка [Yaari, 1965] об актуарных векселях, продаваемых страховой компанией. На основе предположения актуарной справедливости [Yaari, 1965] определяется ставка процента актуарных векселей, равная сумме рыночной ставки процента и вероятности смерти.

⁵ Производная переменной по времени обозначается точкой, $\dot{\bar{a}}(\nu, \tau) = d\bar{a}(\nu, \tau)/d\tau$.

$$(3) \quad \bar{a}(v, t) = \bar{k}(v, t) + \bar{a}^G(v, t),$$

$$(4) \quad WI(v, t) = \begin{cases} (1-t_L)W^N(v, t) - t_W & \text{для } t-v \leq \pi, \\ (1-t_L)W^N(v, t) + z & \text{для } t-v > \pi. \end{cases}$$

где $W^N(v, t)$ – заработная плата в момент времени t работника из поколения v .

Предполагается, что производительность труда зависит от возраста работника. Предложение труда $n(v, t)$ в единицах эффективного труда работника поколения v и индекс эффективности $E(t-v)$ в момент времени t могут быть записаны следующим образом:

$$(5) \quad n(v, t) = E(t-v)\bar{l}(v, t),$$

$$(6) \quad E(t-v) = \omega_0 e^{-\alpha(t-v)},$$

где $\bar{l}(v, t) = 1$ – количество отработанных часов; $\omega_0 > 0$ – нормирующая константа, значение которой вслед за [Bettendorf, Heijdra, 2006] принято за единицу, а $\alpha > 0$ определяет скорость снижения производительности труда с возрастом [Blanchard, 1985].

В каждый момент времени t домашнее хозяйство выбирает траекторию потребления и финансового богатства с целью максимизации приведенной полезности (1) при бюджетном ограничении (2), условии трансверсальности и предопределенной величине первоначального богатства.

Оптимальная траектория потребления задается уравнением Эйлера:

$$(7) \quad \frac{\dot{\bar{c}}(v, t)}{\bar{c}(v, t)} = r(t) - \rho,$$

из которого следует, что потребление в каждый момент времени пропорционально совокупному богатству:

$$(8) \quad \bar{c}(v, t) = (\rho + \beta)(\bar{a}(v, t) + \bar{a}^H(v, t)),$$

где \bar{a}^H – человеческое богатство, определяемое как приведенная стоимость трудового дохода с учетом налогов и трансфертов:

$$(9) \quad \bar{a}^H(v, t) = \int_t^{\infty} WI(v, \tau) e^{R(t, \tau) + \beta(t-\tau)} d\tau, \quad \text{где } R(t, \tau) = \int_t^{\tau} r(s) ds.$$

Демография. Модель позволяет рассмотреть ненулевой темп роста населения: отдельно определяется вероятность смерти $\beta \geq 0$ и темп рождаемости $\eta > 0$ ⁶. Численность населения $L(t)$ в этом случае растет с темпом n_L :

⁶ На основе подхода [Buitier, 1988].

$$(10) \quad \frac{\dot{L}(t)}{L(t)} = \eta - \beta = n_L.$$

С учетом начальной нормировки $L(0) = 1$ численность населения в момент времени t составит

$$(11) \quad L(t) = e^{n_L t}.$$

Численность поколения, рожденного в момент времени ν , составляет долю η от общей численности населения:

$$(12) \quad L(\nu, \nu) = \eta L(\nu).$$

При этом численность каждого поколения сокращается с темпом β :

$$(13) \quad L(\nu, t) = e^{\beta(\nu-t)} L(\nu, \nu), t \geq \nu.$$

Тогда численность поколения, рожденного в момент времени ν , может быть получена из уравнения (13) с учетом уравнений (11) и (12):

$$(14) \quad L(\nu, t) = \eta e^{n_L \nu} e^{-\beta t}.$$

Агрегированный сектор домашних хозяйств. Агрегированные переменные определяются как интеграл от переменных для каждого живущего поколения с учетом его численности. Агрегированное потребление, например, можно определить следующим образом:

$$(15) \quad C(t) = \int_{-\infty}^t L(\nu, t) \bar{c}(\nu, t) d\nu,$$

где $L(\nu, t)$ и $\bar{c}(\nu, t)$ задаются уравнениями (14) и (8) соответственно. Можно показать, что как в случае индивидуальных, так и в случае агрегированных величин потребление пропорционально сумме агрегированных финансовых активов, $A(t)$, и агрегированного человеческого богатства, $A^H(t)$:

$$(16) \quad C(t) = (\rho + \beta) [A(t) + A^H(t)].$$

С учетом уравнений (7) и (14) темп роста агрегированного потребления определяется как

$$(17) \quad \frac{\dot{C}(t)}{C(t)} = [r(t) - \rho] + \frac{\eta L(t) \bar{c}(t, t) - \beta C(t)}{C(t)},$$

где первое слагаемое – темп роста индивидуального потребления, в то время как второе слагаемое, так называемый демографический оборот, зависит от демографических факторов. Агрегированное потребление растет с появлением новых домашних хозяйств и сокращается с выбытием пожилых поколений.

Прирост агрегированного потребления может быть представлен в следующем виде⁷:

$$(18) \quad \frac{\dot{C}(t)}{C(t)} = r(t) - \rho + \alpha + n^L - (\rho + \beta) \frac{\eta \gamma(t) L(t) + (\alpha + \eta) A(t)}{C(t)},$$

$$(19) \quad \gamma(t) = \frac{-d(t)}{r(t) + \beta} + (r(t) + \alpha + \beta) \left(\frac{e^{-\beta\pi}}{1 - e^{-\eta\pi}} \right) \left(\frac{z - d(t)}{r(t) + \beta} \right) \left(\frac{e^{-r(t)\pi} - e^{-n^L\pi}}{n^L - r(t)} \right).$$

Таким образом, темп роста агрегированного потребления превышает темп роста индивидуального потребления при чистом приросте населения, $n^L > 0$, и в случае, если производительность труда сокращается с возрастом ($\alpha > 0$). Темп роста агрегированного потребления может быть и ниже индивидуального темпа роста, если молодые поколения потребляют меньше, чем старые поколения, или в результате перераспределения богатства от молодых к пожилым через пенсионную систему. В данной работе, в отличие от работы [Bettendorf, Heijdra, 2006], γ зависит от дефицита пенсионного фонда, $d(t)$, который будет определен ниже.

Авторы работы [Bettendorf, Heijdra, 2006] отмечают, что $\frac{\eta\gamma}{(r + \alpha + \beta)}$ может рассматриваться в их модели как дефицит пенсионной системы на душу населения – приведенная стоимость разницы будущих пенсионных выплат и социальных отчислений текущего поколения. Он остается положительным независимо от знака $n^L - r$. В базовом случае $r > n^L$, отчисления в пенсионную систему воспринимаются работающими поколениями как налог на человеческое богатство, поскольку им приходится сберегать по ставке n^L , ниже рыночной ставки r . В случае пенсионеров имеет место обратный эффект. Переменная γ учитывает перераспределительный эффект пенсионной системы для текущего поколения, в то время как d описывает агрегированный дефицит пенсионного фонда на душу населения – разницу пенсионных расходов и социальных отчислений в момент времени t .

Агрегированное финансовое богатство определяется следующим образом:

$$(20) \quad A(t) = \int_{-\infty}^t L(v, t) \bar{a}(v, t) dv.$$

Прирост богатства определяются путем дифференцирования уравнения (20) с учетом того, что рожденные поколения не имеют богатства – $\bar{a}(t, t) = 0$:

⁷ Вывод уравнения см. в Приложении 1.

$$(21) \quad \dot{A}(t) = -\beta A(t) + \int_{-\infty}^t L(v,t) \dot{\bar{a}}(v,t) dv.$$

С учетом бюджетного ограничения мы получаем⁸:

$$(22) \quad \dot{A}(t) = r(t)A(t) + WI(t) - C(t),$$

$$(23) \quad WI(t) = (1 - t_L) \frac{\eta \omega_0}{\alpha + \eta} F_N(k_N(t), 1) L(t) + D(t),$$

где $F_N(k_N(t), 1)$ – предельный продукт труда, а $D(t)$ – дефицит пенсионной системы, который будет определен ниже.

Агрегированное предложение труда в единицах эффективного труда в каждый момент времени пропорционально численности населения и может быть получено из уравнений (5), (6), (11) и (14):

$$(24) \quad N(t) = \int_{-\infty}^t L(v,t) \bar{n}(v,t) dv = \frac{\eta \omega_0}{\alpha + \eta} L(t).$$

2.2. Фирмы

В отличие от модели [Bettendorf, Heijdra, 2006], в настоящей работе рассматривается закрытая экономика, в которой ставка процента, играющая важную роль в аннуитетных пенсионных расчетах, определяется эндогенно. Выпуск задается функцией Кобба – Дугласа:

$$(25) \quad Y = F(K, N) = K^\varepsilon N^{1-\varepsilon},$$

где K – капитал; N – единицы эффективного труда.

Фирмы максимизируют прибыль, определяя оптимальный уровень капитала и труда:

$$(26) \quad \Pi(t) = Y(t) - \int_{-\infty}^t W^N(v,t) L(v,t) dv - W^K(t) K(t),$$

где $W^K(t)$ – рентная плата за капитал; $W^N(v,t)$ – заработная плата работника из поколения v в момент времени t .

В предположении совершенной конкуренции условия первого порядка имеют следующий вид:

⁸ Вывод уравнения см. в Приложении 2.

$$(27) \quad W^K(t) = F_K(k_N(t), 1),$$

$$(28) \quad W^N(t) \equiv \frac{W^N(v, t)}{E(\tau - v)} = F_N(k_N(t), 1),$$

где $F_K = \partial F / \partial K_N$, $F_N = \partial F / \partial N$, $W^N(t)$ – заработная плата на единицу эффективного труда, $k_N(t) = K(t) / N(t)$ – капиталовооруженность эффективного труда.

Произведенный выпуск распределяется между частным потреблением, инвестициями I и государственными закупками G :

$$(29) \quad Y(t) = C(t) + I(t) + G(t).$$

Оптимальное инвестиционное решение определяется из максимизации приведенной стоимости будущих потоков доходов от владения капиталом с учетом динамики накопления капитала:

$$(30) \quad V(t) = \int_t^{\infty} [W^K(\tau)K(\tau) - I(\tau)] e^{-R(t, \tau)} d\tau,$$

$$(31) \quad \dot{K}(t) = I(t) - \delta K(t),$$

где $R(t, \tau) = \int_t^{\tau} r(s) ds$ – норма дисконтирования.

Уравнение (32), условие первого порядка этой задачи, задает равенство рентной ставки W^K и отдачи от капитала $r(t)$ с учетом нормы амортизации δ :

$$(32) \quad W^K(t) = r(t) + \delta.$$

2.3. Фискальная политика бенеvolentного правительства

Бюджетное ограничение правительства задает траекторию накопления государственного долга A^G , которая определяется текущим уровнем государственных закупок $G(t)$, налоговыми поступлениями и дополнительными расходами на покрытие дефицита пенсионного фонда $D(t)$:

$$(33) \quad \dot{A}^G(t) = r(t)A^G(t) + G(t) - t_L W^N(t)N(t) + D(t).$$

С учетом условия трансверсальности

$$(34) \quad \lim_{\tau \rightarrow \infty} A^G(\tau) e^{-R(t, \tau)} = 0$$

государственный долг определяется следующим образом:

$$(35) \quad A^G(t) = \int_t^{\infty} [t_L W^N(\tau) N(\tau) - G(\tau) - D(\tau)] e^{-r(t,\tau)} d\tau.$$

Одним из ключевых отличий данного исследования от работы [Bettendorf, Heijdra, 2006] является предположение о том, что фонд распределительной пенсионной системы может быть несбалансированным (например, иметь дефицит):

$$(36) \quad t_W (1 - e^{-\eta\pi}) L(t) = z e^{-\eta\pi} L(t) - D(t).$$

Из уравнения (36) следует, что совокупные социальные отчисления, сделанные молодыми, должны быть равны выплаченным пожилым пенсиям и возможному дефициту пенсионного фонда.

Для удобства сопоставления подоходного налога и социальных отчислений было введено предположение, что правительство устанавливает величину социальных отчислений как долю Ψ от медианной заработной платы с учетом убывающей производительности труда работника:

$$(37) \quad t_W = \Psi \omega_0 F_N(k(t), 1) e^{-\alpha \left[\pi - \frac{1}{\alpha} \ln \left(\frac{1 + e^{\alpha\pi}}{2} \right) \right]}.$$

Таким образом, социальные отчисления зависят от пенсионного возраста.

Функция общественного благосостояния определяется как приведенная полезность всех текущих и будущих поколений, с учетом их доли в структуре населения. Первое слагаемое в уравнении (38) отвечает за благосостояние молодых, в то время как второе – за благосостояние пожилых:

$$(38) \quad SW(t) = \int_t^{\infty} \int_{-\infty}^{\tau-\pi} L(v, \tau) \ln \bar{c}(v, \tau) e^{(\rho+\beta)(t-\tau)} dv d\tau + \\ + \int_t^{\infty} \int_{\tau-\pi}^{\tau} L(v, \tau) \ln \bar{c}(v, \tau) e^{(\rho+\beta)(t-\tau)} dv d\tau.$$

Индивидуальное потребление молодых и пожилых можно представить как функцию от человеческого богатства (a_y^H и a_o^H соответственно), которое определяется капиталовооруженностью труда⁹.

$$(39) \quad SW(t) = \chi \left[\left(\ln((\rho + \beta) \bar{a}_o^H) + (r - \rho) \frac{\pi\eta + 1}{\eta} \right) e^{-\eta\pi} - \right. \\ \left. - (1 - e^{-\eta\pi}) \ln((\rho + \beta) \bar{a}_y^H) - (r - \rho) (1 - e^{-\eta\pi} - \eta\pi e^{-\eta\pi}) \eta^{-1} \right],$$

$$(40) \quad \chi = \frac{e^{n_L t}}{n_L - \rho - \beta}.$$

⁹ Вывод уравнения см. в Приложении 3.

2.4. Равновесие

В табл. 1 представлены основные уравнения модели, записанные для переменных на душу населения. Эндогенные переменные – это $k, y, c, a, a^G, r, W^N, W^K, \gamma, n$ при следующих параметрах модели – $\beta, \alpha, \eta, \rho, n_L$ и переменных политики – π, z, t_L и величина социальных отчислений t_W , которая устанавливается правительством через выбор доли социальных отчислений в медианной заработной плате, ψ .

Таблица 1.

Модель		
Описание	Аналитическое представление	
<i>Динамические уравнения</i>		
Капитал	$\dot{k}(t) = ny(t) - c(t) - g(t) - (n_L + \delta)k(t)$	(Т.1.1)
Частное потребление	$\dot{c}(t) = (r(t) - \rho + \alpha)c(t) - (\rho + \beta)(\eta\gamma(t) + (\alpha + \eta)a(t))$	(Т.1.2)
Государственный долг	$\dot{a}^G(t) = (r(t) - n_L)a^G(t) + g(t) - nt_L W^N(t) + d(t)$	(Т.1.3)
<i>Статические уравнения</i>		
Пенсионный фонд	$\gamma(t) = \frac{-d(t)}{r(t) + \beta} + (r(t) + \alpha + \beta) \left(\frac{e^{-\beta\pi}}{1 - e^{-\eta\pi}} \right) \left(\frac{z - d(t)}{r(t) + \beta} \right) \left(\frac{e^{-r(t)\pi} - e^{-n_L\pi}}{n^L - r(t)} \right),$ <p>где $t_W(1 - e^{-\eta\pi}) = z e^{-\eta\pi} - d(t)$</p>	(Т.1.4)
Отдача от капитала	$W^K(t) = \varepsilon k_N(t)^{\varepsilon-1} = \varepsilon \left(\frac{k(t)}{n} \right)^{\varepsilon-1}$	(Т.1.5)
Процентная ставка	$r(t) = W^K(t) - \delta$	(Т.1.6)
Заработная плата	$W^N(t) = (1 - \varepsilon)y(t)$	(Т.1.7)
Выпуск	$y(t) = k_N^\varepsilon(t) = \left(\frac{k(t)}{n} \right)^\varepsilon$	(Т.1.8)
Эффективный труд	$n = \frac{\eta\omega_0}{\alpha + \eta}$	(Т.1.9)
Богатство	$a(t) = k(t) + a^G(t)$	(Т.1.10)

Уравнение T1.1 определяет динамику накопления капитала на душу населения. Это уравнение получено путем объединения уравнений (31) и (32). Уравнение T1.2 задает динамику потребления и было получено из уравнения (18). Уравнение T1.3 – бюджетное ограничение правительства в переменных на душу населения, полученное из уравнения (33). Динамика богатства в единицах на душу населения может быть получена из уравнения (22), с учетом уравнений (23) и (36).

Определение 1. Для заданного набора фискальных инструментов $\{g_t, t_L, t_W, z, \pi\}$, удовлетворяющих бюджетному ограничению правительства, набор $\{W_t^K, r_t, y_t, c_t, k_t, a_t, a_t^G, d_t\}$ определяет равновесие, если он удовлетворяет условиям оптимальности для домашних хозяйств и фирм, уравнениям (7) и (27)–(28), а также:

$$(41) \quad y(t) = c(t) + i(t) + g(t),$$

$$(42) \quad a(t) = k(t) + a^G(t).$$

Поскольку система динамических уравнений является нелинейной и не может быть решена аналитически, далее она решается численными методами¹⁰.

Оптимальный уровень фискальных инструментов – подоходного налога и социальных отчислений – определяется из максимизации функции общественного благосостояния в стационарном состоянии, с учетом ограничения на устойчивость равновесия и при ограничении на государственный долг¹¹. При решении задачи максимизации уровень пенсий и пенсионный возраст были зафиксированы для рассмотрения выбора оптимальных подоходных налогов и социальных отчислений в условиях существования пенсионных обязательств. Фиксированный пенсионный возраст позволяет определить, как выбор оптимального способа финансирования пенсионных расходов меняется с изменением пенсионного возраста, в то время как фиксированная величина пенсий позволяет проанализировать оптимальный выбор подоходных налогов и социальных отчислений. Как известно, в модели перекрывающихся поколений с динамически эффективным равновесием, распределительная пенсионная система сокращает общественное благосостояние (см., например: [Fischer, Blanchard, 1989]). В случае если величина пенсий также будет выбираться оптимально на основе максимизации функции общественного благосостояния, оптимальным будет выбор нулевых пенсий и социальных отчислений.

Стоит отметить, что равновесие в модели с убывающей производительностью труда может быть динамически неэффективным при достаточно высокой скорости падения

¹⁰ Расчеты производились в программе Matlab. Задав $\dot{k}(t) = 0$ и $\dot{a}^G(t) = 0$, мы используем метод деления отрезка пополам для нахождения корня, чтобы определить уровень капиталовооруженности труда, соответствующий нулевому темпу роста потребления на душу населения: $\dot{c}(t) = 0$. Были рассмотрены все возможные комбинации фиксированных параметров и параметров оптимизации на заданных интервалах, для того чтобы определить стационарный уровень капиталовооруженности труда k^* .

¹¹ Условие устойчивости требует, чтобы определитель матрицы Якоби лог-линеаризованной системы уравнений T1.1–T1.3 был меньше нуля. Тогда модель находится в локальном седловом равновесии.

производительности α . При такой α трудовой доход высок в начале жизни и быстро сокращается с течением времени, поэтому агенты сберегают много в молодости, что может привести к ситуации перенакопления капитала. Необходимым условием для динамической эффективности будет $\alpha < \rho$, чему соответствует положительная ставка процента. Используемые в данной работе значения параметров удовлетворяют условию, необходимому для динамической эффективности.

3. Оптимальные инструменты фискальной политики

3.1. Калибровка

Переход к числовым расчетам не предполагает подгонку модели к экономическим и демографическим характеристикам конкретной страны. Тем не менее, рассматривая оптимальный выбор инструментов политики в типовом случае существования дефицита пенсионного фонда, мы подбираем значения параметров, используемые в литературе, а также исследуем их изменение в реалистичном диапазоне.

Максимизация общественного благосостояния при оптимальном выборе пенсионного возраста, пенсий и социальных отчислений указывает на рудиментарность пенсионной системы. Эти результаты согласуются с выводами неоклассических моделей с рациональными ожиданиями. Агенты с впередсмотрящими рациональными ожиданиями имеют стимул делать сбережения самостоятельно, с целью сгладить свое потребление на пенсии.

В связи с этим в данной работе были рассмотрены варианты финансирования пенсионных расходов при фиксированной величине доли пенсий в медианной заработной плате. Так, величина пенсии составляет 30% от медианной зарплаты на протяжении трудового периода. Доля социальных отчислений в медианной зарплате ψ и подоходный налог выбираются оптимально исходя из максимизации общественного благосостояния¹².

Параметры, использованные для целевой калибровки, приведены в табл. 2. Доля государственных закупок в выпуске рассматривалась равной 25% ВВП, что является распространенной величиной для стран ОЭСР. Скорость сокращения производительности труда с возрастом α равняется в базовой калибровке 1,25% в год, что означает двукратное падение производительности работника при достижении пенсионного возраста. Стоит отметить, что приведенные значения параметров η , β , α и π являются базовыми, ниже рассмотрены стационарные состояния и для других значений этих параметров. Они приведены в скобках в табл. 2. При калибровке модели рассматривались значения параметров, удовлетворяющие условию динамической эффективности.

Ниже приведены результаты, полученные для данных значений параметров. Были также проведены расчеты для других реалистичных значений параметров. Полученные выводы при этом качественно не поменялись.

¹² Качественные результаты сохраняются при изменении доли пенсии в зарплате.

Таблица 2.

Значения параметров

Переменная	Обозначение	Значение	Источник
Норма межвременных предпочтений	ρ	0,015	Heijdra, Ligthart, 2006 ¹³
Рождаемость	η	0,0125 [0,01; 0,03]	Heijdra, Ligthart, 2006 ¹⁴
Вероятность смерти	β	0,0125 [0,0143]	Heijdra, Ligthart, 2006
Эластичность выпуска по капиталу	ε	0,33	Стандартное значение ¹⁵
Скорость сокращения производительности с возрастом	α	0,0125 [0,011]	Nickel et al., 2008 ¹⁶
Норма амортизации	δ	0,03	Стандартное значение ¹⁷
Пенсионный возраст	π	60 [65]	Bettendorf, Heijdra, 2006 ¹⁸

3.2. Выбор инструментов политики в зависимости от пенсионного возраста

Социальные отчисления. Сначала было рассмотрено, как выбор оптимальных социальных отчислений зависит от пенсионного возраста, при фиксированной ставке подоходного налога.

Числовые расчеты показывают, что чем выше пенсионный возраст, тем ниже оптимальная доля социальных отчислений ψ (рис. 1). Расчеты приведены для вероятности смерти β , равной 1,25%, которой соответствует ожидаемая продолжительность жизни – 80 лет.

¹³ Используемое значение находится в интервале рассматриваемых [Heijdra, Ligthart, 2006] значений: от 0,01 до 0,04.

¹⁴ Авторы [Heijdra, Ligthart, 2006] рассматривают рождаемость в интервале от 0,01 до 0,04, в то время как смертность – от 0 до 0,03, при этом в базовой калибровке рождаемость равна 0,015, а смертность – 0,01.

¹⁵ В работе [Heijdra, Ligthart, 2006] используется близкое значение, равное 0,35.

¹⁶ Используемое значение согласуется с работой [Nickel et al., 2008], где скорость сокращения производительности равнялась 0,014 при смертности, равной 0,01.

¹⁷ Значение нормы амортизации не противоречит используемым в литературе значениям. В работе [Heijdra, Ligthart, 2006] была использована норма амортизации, равная 0,06, при более высокой норме межвременного предпочтения, равной 0,04.

¹⁸ Хотя в работе [Bettendorf, Heijdra, 2006] не приводится калибровка модели, в числовом примере выведенного ограничения на минимальный пенсионный возраст было получено значение 48,5 и 56,8 для разных темпов рождаемости и смертности.

Снижение оптимальной доли социальных отчислений происходит за счет увеличения рабочего периода, в течение которого делаются отчисления. Также на абсолютную величину социальных отчислений t_w оказывает влияние изменение медианной заработной платы при различном пенсионном возрасте. Медианная заработная плата растет за счет более высокой капиталовооруженности труда, но сокращается при более длительном рабочем периоде (из-за падающей с возрастом производительности труда). При этом второй эффект сильнее, в результате чего медианная заработная плата сокращается с ростом пенсионного возраста.

Результатом более низкой медианной заработной платы являются и более низкие пенсии (уровень которых равен 30% от медианной зарплаты). Оптимальная доля социальных отчислений Ψ тем ниже, чем выше темп роста населения, поскольку рост численности молодых поколений увеличивает поступления от социальных отчислений, необходимые для выплаты пенсий. Более высокому пенсионному возрасту соответствует также сохранение и в ряде случаев незначительный рост потребления, при этом его доля в выпуске остается неизменной или несколько сокращается за счет большего роста выпуска.

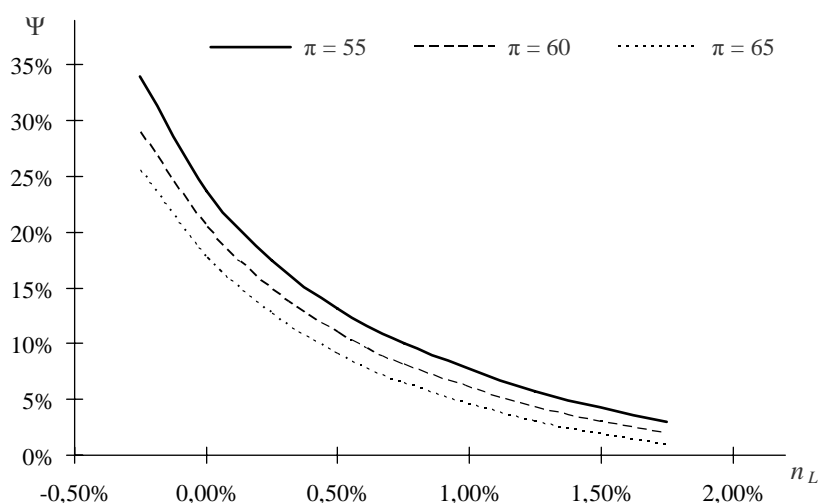


Рис. 1. Оптимальная доля социальных отчислений в зависимости от темпа роста населения

Ставка подоходного налога. Далее был рассмотрен оптимальный выбор правительством двух инструментов: доли социальных отчислений, Ψ , и подоходного налога, t_L . В этом случае имеет место угловое решение: оптимальная комбинация мер фискальной политики характеризуется положительной ставкой подоходного налога и нулевой долей социальных отчислений. Результаты максимизации общественного благосостояния для пенсионного возраста $\pi = 60$ и $\pi = 65$ представлены в табл. 3.

Таблица 3.
Зависимость ставки подоходного налога и дефицита пенсионного фонда от темпа роста населения и пенсионного возраста, %

	Темп роста населения n_L						
	-0,25%	0%	0,25%	0,5%	0,75%	1,25%	1,75%
Пенсионный возраст $\pi = 60$							
Ставка подоходного налога, t_L	50,3	48	46,5	45,3	44,2	42,4	41,1
Доля дефицита ПФ в выпуске, d_y	8,1	7	6	5,2	4,4	3,3	2,4
Пенсионный возраст $\pi = 65$							
Ставка подоходного налога, t_L	48,9	47,2	45,7	44,5	43,4	41,8	40,6
Доля дефицита ПФ в выпуске, d_y	7,5	6,4	5,4	4,6	3,9	2,8	2,1

Примечание: результаты приведены для $\beta = 1,25\%$.

Величина дефицита пенсионного фонда тем ниже, чем выше темп роста населения (при фиксированной смертности) и чем выше пенсионный возраст. В то же время в этом случае эффект базы – изменения медианной заработной платы с ростом пенсионного возраста – влияет только на уровень пенсий, величина которых зафиксирована на уровне 30% от медианной заработной платы. Таким образом, пенсии сокращаются с ростом продолжительности трудового периода и работают как встроенный стабилизатор.

Оптимальная ставка налога сокращается с увеличением темпа роста населения. Это происходит, поскольку чем выше доля молодых поколений, тем меньшие налоговые поступления необходимы для финансирования пенсий и дефицита пенсионного фонда (рис. 2). Величина оптимальной доли социальных отчислений ψ при этом равна нулю.

Рост оптимальной ставки подоходного налога и сокращение нормы социальных отчислений при оптимальном выборе двух фискальных инструментов указывает на то, что подоходный налог и социальные отчисления могут быть рассмотрены как совершенные заменители с точки зрения финансирования пенсий и дефицита пенсионного фонда. Дополнительные расчеты показывают, что с ростом доли социальных отчислений на 0,5% оптимальный подоходный налог сокращается на 0,2%. Отличие в чувствительности функции общественного благосостояния к изменению доли социальных отчислений и подоходного налога связано с различием в периоде их выплат. В то время как подоходный налог платится на протяжении всей жизни, социальные отчисления осуществляются только до достижения индивидом пенсионного возраста и зависят от медианной заработной платы.

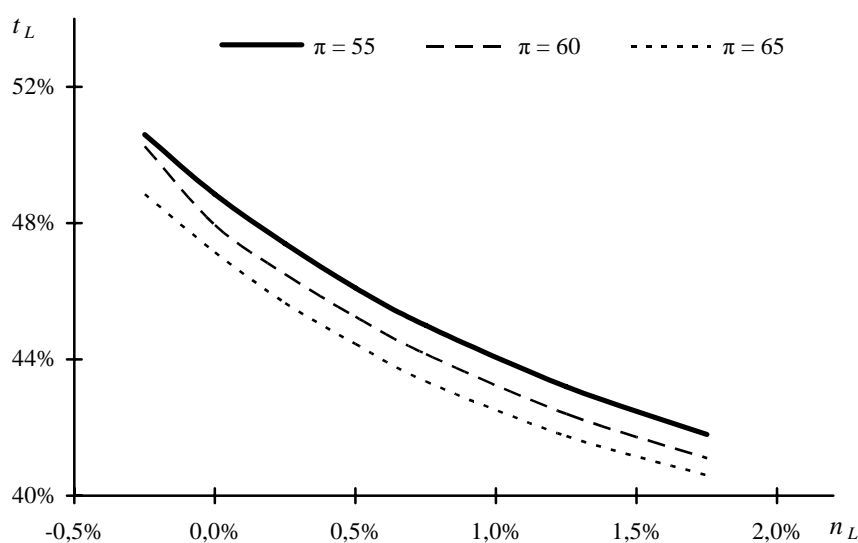


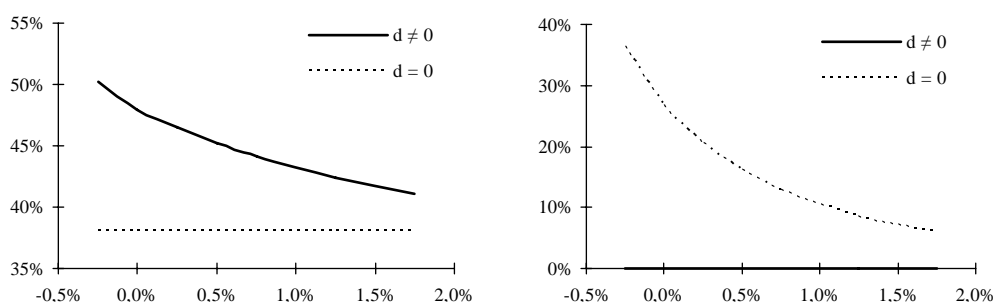
Рис. 2. Оптимальный подоходный налог в зависимости от темпа роста населения

Стоит отметить, что подоходный налог и социальные отчисления являются совершенными заменителями только при рассмотрении внутреннего решения, когда оба инструмента строго больше нуля. При максимизации функции общественного благосостояния для всех допустимых значений подоходного налога и социальных отчислений оптимальной комбинацией инструментов является строго положительная ставка подоходного налога и нулевые социальные отчисления. Угловое решение имеет место, поскольку равная нулю доля социальных отчислений позволяет снизить оптимальную ставку подоходного налога, увеличивая тем самым общественное благосостояние. Другие стационарные состояния при нулевых социальных отчислениях и более высокой ставке налога приводят к меньшему уровню общественного благосостояния из-за больших налоговых отчислений. При этом в окрестности оптимальной комбинации социальных отчислений и ставки подоходного налога один и тот же уровень капиталовооруженности труда может быть достигнут как при положительной ставке налога и нулевых социальных отчислениях, так и при незначительном отклонении социальных отчислений от нуля и меньшей ставке налога. Однако в этом случае равновесие характеризуется существенно более высоким государственным долгом и чуть меньшим дефицитом пенсионной системы. Таким образом, сбережения домашних хозяйств направляются на финансирование государственного долга, а не на накопление капитала, что приводит к неэффективности. В результате оптимальной является комбинация нулевых социальных отчислений и минимальной равновесной ставки подоходного налога.

3.3. Сбалансированная и несбалансированная пенсионная система

При сбалансированной пенсионной системе пенсии финансируются только за счет социальных отчислений, поэтому в этом случае оптимальный подоходный налог оказывается ниже для каждого темпа роста населения и не изменяется с ростом рождаемости. В то же время оптимальная доля социальных отчислений тем ниже, чем выше темп роста населения. Более высокая рождаемость повышает сумму социальных отчислений за счет большей доли молодых в населении. Таким образом, меньшая величина социальных отчислений необходима для того, чтобы поддерживать сбалансированность пенсионного фонда. Так, в зависимости от типа распределительной пенсионной системы (сбалансированная или несбалансированная) оптимальный подоходный налог или оптимальные социальные отчисления изменяются с темпом рождаемости, в то время как второй инструмент остается на своем оптимальном уровне.

На рис. 3 изображен оптимальный уровень t_L и ψ для случая сбалансированной и несбалансированной пенсионной системы.



Примечание: рисунок построен для $\beta = 1,25\%$ и $\pi = 60$.

Рис. 3. Оптимальная доля социальных отчислений и подоходный налог при сбалансированной и несбалансированной пенсионной системе

Несбалансированная пенсионная система характеризуется более высокой оптимальной ставкой подоходного налога при каждом значении темпа роста населения. Разница в ставках возникает из-за необходимости покрывать пенсионные расходы за счет поступлений от подоходного налога.

В случае сбалансированной пенсионной системы общественное благосостояние ниже, чем в случае несбалансированной пенсионной системы¹⁹. Несбалансированная пенсионная система с нулевыми социальными отчислениями позволяет достичь более высокого уровня капиталовооруженности труда и, как следствие, более высокого уровня заработной платы и пенсий. Этот результат согласуется с тем, что в модели перекрываю-

¹⁹ Результат является устойчивым к изменению пенсионного возраста и ожидаемой продолжительности жизни.

щихся поколений с динамически эффективным равновесием распределительная пенсионная система приводит к сокращению общественного благосостояния.

Равновесие с несбалансированной пенсионной системой характеризуется не только более высоким уровнем общественного благосостояния, но и более низким уровнем государственного долга. Данный результат объясняется сопоставлением соответствующих профицитов государственного бюджета, являющихся обеспечением долга. В стационарном состоянии при сбалансированной пенсионной системе налоговые поступления ниже по двум причинам. Во-первых, в этом случае ниже оптимальная налоговая ставка, так как не требуется финансировать пенсии за счет социальных отчислений; во-вторых, агрегированная заработная плата в случае сбалансированной пенсионной системы ниже из-за более низкой капиталовооруженности труда. Ниже оказывается и приведенная сумма расходов бюджета, как за счет сокращения государственных закупок, так и за счет уменьшения пенсионных расходов, которые в этом случае покрываются за счет социальных отчислений. Однако профицит бюджета при сбалансированной системе выше, чем при несбалансированной.

3.4. Выбор инструментов политики в зависимости от ожидаемой продолжительности жизни

Далее было проведено сравнение оптимального уровня подоходного налога и социальных отчислений в стационарном состоянии при несбалансированной пенсионной системе для ожидаемой продолжительности жизни в 70 и 80 лет. Этой продолжительности жизни соответствуют значения смертности $\beta = 1,43\%$ и $\beta = 1,25\%$ соответственно. Оптимальный подоходный налог и доля социальных отчислений выбирались на основе максимизации общественного благосостояния при одинаковом пенсионном возрасте для обоих значений смертности, чтобы сохранить сравнимость результатов²⁰. Результаты расчетов для $\pi = 60$ приведены в табл. 4.

Оптимальная доля социальных отчислений ψ в этом случае также находится на нуле. При несбалансированной пенсионной системе стационарное состояние с более высокой продолжительностью жизни характеризуется более низким частным потреблением, более высокими выпуском и государственным долгом. Более высокой продолжительности жизни соответствует более высокий государственный долг, во-первых, в результате более высоких государственных закупок (которые составляют фиксированную долю от выпуска), а во-вторых, из-за более низкой ставки процента, достигаемой за счет более высокой капиталовооруженности труда. Оптимальная ставка подоходного налога при этом не меняется с изменением продолжительности жизни. Этот результат может объясняться тем, что предложение труда в данной модели задается экзогенно и не меняется при изменении продолжительности жизни.

²⁰ Для проверки робастности результатов два значения смертности рассматривались для значений пенсионного возраста π в диапазоне от 55 до 70 лет. Поскольку результаты для разного уровня пенсионного возраста схожи, в таблице приведены результаты только для $\pi = 60$.

Таблица 4.

Зависимость ставки подоходного налога и дефицита пенсионного фонда от темпа роста населения и ожидаемой продолжительности жизни, %

	Темп рождаемости населения η						
	-0,25%	0%	0,25%	0,5%	0,75%	1,25%	1,75%
$\beta = 1,25\%$							
Темп роста населения, n_L	-0,25	0	0,25	0,5	0,75	1,25	1,75
Ставка подоходного налога, t_L	50,3	48	46,5	45,3	44,2	42,4	41,1
Доля дефицита ПФ в выпуске, d_y	8,1	7	6	5,2	4,4	3,3	2,4
$\beta = 1,43\%$							
Темп роста населения, n_L	-0,43	-0,18	0,07	0,32	0,57	1,07	1,57
Ставка подоходного налога, t_L	50,3	48	46,5	45,3	44,2	42,4	41,1
Доля дефицита ПФ в выпуске, d_y	8,1	7	6	5,2	4,4	3,3	2,4

Примечание: результаты представлены для $\pi = 60$.

В то же время пенсионный фонд имеет дефицит: как и в предыдущем случае, пенсионные расходы финансируются за счет подоходного налога. Его доля в выпуске одинакова при различных β , поскольку оптимальная доля социальных отчислений ψ находится на нуле, в то время как отношение пенсий к выпуску не изменяется (14,7%). Хотя абсолютная величина пенсий растет с увеличением продолжительности жизни из-за более высокой медианной зарплаты, этот рост пропорционален росту выпуска (поскольку как выпуск, так и медианная зарплата являются функциями от капиталовооруженности труда).

3.5. Выбор инструментов политики в зависимости от производительности труда

Более высокая производительность труда моделируется как снижение скорости α , с которой предельный продукт труда сокращается с возрастом. Как и в рассмотренных выше случаях, при выборе двух инструментов при изменении производительности

труда имеет место угловое решение с долей социальных отчислений ψ , равной нулю, и положительной ставкой подоходного налога. В табл. 5 приведены результаты для различных значений α : 1,25% и 1,1%²¹.

Таблица 5.
Зависимость ставки подоходного налога и дефицита пенсионного фонда от темпа роста населения и производительности труда, %

	Темп роста населения n_L						
	-0,25%	0%	0,25%	0,5%	0,75%	1,25%	1,75%
$\alpha = 1,25\%$							
Ставка подоходного налога, t_L	50,3	47,95	46,5	45,25	44,15	42,4	41,1
Доля дефицита ПФ в выпуске, d_y	8,08	6,95	5,99	5,15	4,42	3,27	2,39
$\alpha = 1,1\%$							
Ставка подоходного налога, t_L	50,4	48,3	46,8	45,45	44,35	42,6	41,2
Доля дефицита ПФ в выпуске, d_y	8,32	7,17	6,17	5,29	4,55	3,36	2,47

Примечание: результаты представлены для $\pi = 60$ и $\beta = 1,25\%$.

Более высокая производительность труда (более низкая α) приводит к более высокому уровню пенсий за счет роста величины медианной заработной платы. Доля пенсий в выпуске на единицу эффективного труда растет с 14,7 до 15,2% при $\alpha = 1,1\%$. В результате дефицит пенсионного фонда выше при более высокой производительности труда из-за возросших обязательств пенсионного фонда. Оптимальная ставка подоходного налога при этом тем ниже, чем выше темп роста населения и чем выше производительность труда. Государственный долг, в свою очередь, ниже в случае более высокой производительности труда из-за того, что налоговые поступления в результате более высокой налоговой базы выросли в большей степени, чем расходы бюджета.

4. Заключение

В данном исследовании модель перекрывающихся поколений, разработанная исследователями [Bettendorf, Heijdra, 2006], была расширена для анализа закрытой эконо-

²¹ Предположение $\alpha = 1,25\%$ означает двукратное сокращение производительности при достижении пенсионного возраста 60 лет.

мики с эндогенной ставкой процента и несбалансированной пенсионной системой, дефицит которой покрывается за счет средств государственного бюджета. Для анализа воздействия фискальной политики на экономическое равновесие и благосостояние общества модель была калибрована на основе используемых в литературе значений параметров.

Для случая несбалансированной пенсионной системы было показано, что подоходный налог и доля социальных отчислений являются совершенными заменителями с точки зрения финансирования пенсионных расходов. Результат сохраняется и в случае сбалансированной пенсионной системы, когда оптимальные социальные отчисления должны быть строго положительными для покрытия расходов пенсионного фонда, что ограничивает допустимые комбинации инструментов рассмотрением внутреннего решения. Тем не менее в равновесии со сбалансированной пенсионной системой общественное благосостояние ниже, а уровень государственного долга выше, чем в случае несбалансированной пенсионной системы. Также показано, что при сбалансированной пенсионной системе оптимальный подоходный налог ниже, чем в случае несбалансированной пенсионной системы, а его величина не зависит от темпа роста населения. Оптимальные социальные отчисления, напротив, тем ниже, чем выше темп роста населения.

Тем не менее, если оба инструмента фискальной политики выбираются вместе, возможно угловое решение: оптимальная комбинация фискальных инструментов состоит из положительного подоходного налога, величина которого тем ниже, чем выше темп роста населения, и нулевых социальных отчислений. Проведенное исследование также показывает, что повышение пенсионного возраста, сопровождаемое сокращением доли социальных отчислений или подоходного налога, может понизить государственный долг и поэтому может быть использовано в дополнение к мерам фискальной консолидации.

Результаты исследования позволяют расширить анализ мер фискальной консолидации и определить оптимальные с точки зрения общественного благосостояния меры фискальной политики. Разработанная модель может быть использована для дальнейшего анализа оптимальной комбинации инструментов фискальной политики и характеристик социальной системы, а также для анализа последствий демографических изменений для государственных финансов.

Приложение

1. Уравнение Эйлера

Уравнение (18) может быть упрощено следующим образом:

$$(П1) \quad \frac{\dot{C}(t)}{C(t)} = [r(t) - \rho] + \frac{\eta L(t) \bar{c}(t, t) - \beta C(t)}{C(t)}.$$

Новые поколения не имеют финансового богатства $\bar{a}(t, t) = 0$, таким образом, из уравнения (8) следует, что потребление домашних хозяйств, рожденных в текущий момент времени, пропорционально их человеческому богатству:

$\bar{c}(t, t) = (\rho + \beta)\bar{a}^H(t, t)$ с учетом выражения для агрегированного потребления из уравнения (16):

$$(П2) \quad \frac{\eta L(t)\bar{c}(t, t) - \beta C(t)}{C(t)} = (\rho + \beta) \frac{\eta L(t)\bar{a}^H(t, t) - \beta(A(t) + A^H(t))}{C(t)}.$$

Агрегированное человеческое богатство определяется как сумма человеческого богатства всех живущих пожилых и молодых поколений:

$$(П3) \quad A^H(t) = \int_{t-\pi}^t L(v, t) [\bar{a}^H(v, t)]_{0 < t-v \leq \pi} dv + \int_{-\infty}^{t-\pi} L(v, t) [\bar{a}^H(v, t)]_{t-v > \pi} dv,$$

где человеческое богатство пожилых и молодых поколений определяется как будущий поток трудовых доходов с учетом выплат подоходного налога, пенсий и выплаты социальных отчислений в случае молодых поколений:

$$(П4) \quad [\bar{a}^H(v, t)]_{t-v > \pi} = \int_t^{\infty} (1-t_L) W^N(v, t) e^{R(t, \tau) + \beta(t-\tau)} d\tau + \int_t^{\infty} z e^{R(t, \tau) + \beta(t-\tau)} d\tau,$$

$$R(t, \tau) = \int_t^{\tau} r(s) ds,$$

$$(П5) \quad [\bar{a}^H(v, t)]_{0 < t-v \leq \pi} = \int_t^{\infty} (1-t_L) W^N(v, t) e^{R(t, \tau) + \beta(t-\tau)} d\tau - \int_t^{v+\pi} t_W e^{R(t, \tau) + \beta(t-\tau)} d\tau + \int_{v+\pi}^{\infty} z e^{R(t, \tau) + \beta(t-\tau)} d\tau.$$

Рассмотрим человеческое богатство при стационарной ставке процента. Хотя процентная ставка в стационарном состоянии постоянна, ее уровень определяется стационарной капиталовооруженностью труда, которая, в свою очередь, зависит от рассматриваемых значений параметров модели.

Зарботная плата может быть выражена через предельный продукт труда с учетом индекса эффективности следующим образом:

$$(П6) \quad W^N(v, t) = E(\tau - v) F_N(k(t), 1) = \omega_0 e^{-\alpha(\tau-v)} F_N(k(t), 1).$$

$$(П7) \quad \int_t^{\infty} (1-t_L) W^N(v, t) e^{(r+\beta)(t-\tau)} d\tau = e^{\alpha(v-t)} \Omega_0(t),$$

где $\Omega_0(t)$ определена следующим образом:

$$(П8) \quad \Omega_0(t) = \omega_0 \int_t^{\infty} (1-t_L) F_N(k(t), 1) e^{(r+\alpha+\beta)(t-\tau)} d\tau.$$

Подставляя определение $\Omega_0(t)$ в выражение для трудового богатства для пожилых в зависимости от численности населения, трудового дохода и пенсий, получим:

$$(П9) \quad \int_{-\infty}^{t-\pi} L(v, t) [\bar{a}^H(v, t)]_{t-v>\pi} dv = \int_{-\infty}^{t-\pi} \eta e^{\eta v} e^{-\beta t} \left[e^{\alpha(v-t)} \Omega_0(t) v + \frac{z}{r+\beta} \right] dv = \\ = L(t) \left[\frac{\eta}{\alpha+\eta} \Omega_0(t) e^{-(\alpha+\eta)\pi} + \frac{z}{r+\beta} e^{-\eta\pi} \right].$$

Аналогично можно выразить трудовое богатство молодых:

$$(П10) \quad \int_{t-\pi}^t L(v, t) [\bar{a}^H(v, t)]_{0<t-v\leq\pi} dv = \\ = \int_{t-\pi}^t \eta e^{\eta v} e^{-\beta t} \left[e^{\alpha(v-t)} \Omega_0(t) - \frac{t_W}{r+\beta} (1 - e^{-(r+\beta)(v+\pi-t)}) + \frac{z}{r+\beta} e^{-(r+\beta)(v+\pi-t)} \right] dv = \\ = L(t) \left[\frac{\eta}{\alpha+\eta} \Omega_0(t) (1 - e^{-(\alpha+\eta)\pi}) - \frac{t_W}{r+\beta} (1 - e^{-\eta\pi}) + \frac{\eta(t_W+z)}{r+\beta} e^{-\beta\pi} \left(\frac{e^{-r\pi} - e^{-n_L\pi}}{n^L - r} \right) \right].$$

Таким образом, агрегированное трудовое богатство можно представить как сумму трудового богатства всех живущих молодых и пожилых поколений:

$$(П11) \quad A^H(t) = L(t) \left[\frac{\lambda \Omega_0(t)}{\alpha+\eta} + \eta e^{-\beta\pi} \frac{t_W+z}{r+\beta} \left(\frac{e^{-r\pi} - e^{-n_L\pi}}{n^L - r} \right) \right].$$

С учетом определения дефицита пенсионного фонда

$$(П12) \quad t_W (1 - e^{-\eta\pi}) = z e^{-\eta\pi} - d(t) \Rightarrow t_W + z = \frac{z - d(t)}{1 - e^{-\eta\pi}}$$

трудовое богатство для молодых поколений в текущий момент времени может быть выражено следующим образом:

$$(П13) \quad \bar{a}^H(t, t) = \Omega_0(t) + \left(\frac{t_W+z}{r+\beta} \right) (e^{-(r+\beta)\pi} - e^{-\eta\pi}) - \frac{t_W}{r+\beta} = \\ = \Omega_0(t) + e^{-\beta\pi} \left(\frac{t_W+z}{r+\beta} \right) (e^{-r\pi} - e^{-n_L\pi}) - \frac{d(t)}{r+\beta}.$$

После подстановки этого выражения в уравнение для агрегированного трудового богатства A^H :

$$(П14) \quad \eta L(t) \bar{a}^H(t, t) = (\alpha + \eta) A^H(t) - \eta \gamma L(t),$$

где

$$(П15) \quad \gamma = \frac{-d(t)}{r + \beta} + (r + \alpha + \beta) \left(\frac{e^{-\beta\pi}}{1 - e^{-\eta\pi}} \right) \left(\frac{z - d(t)}{r + \beta} \right) \left(\frac{e^{-r\pi} - e^{-n_L\pi}}{n^L - r} \right).$$

С учетом выражения для человеческого богатства молодых в текущий момент времени $\bar{a}^H(t, t)$ и уравнения (16) темп роста агрегированного потребления может быть определен следующим образом:

$$(П16) \quad \frac{\dot{C}(t)}{C(t)} = r(t) - \rho + \alpha + n^L - (\rho + \beta) \frac{\eta \gamma L(t) + (\alpha + \eta) A(t)}{C(t)}.$$

2. Агрегированный непроцентный доход

Агрегированный непроцентный доход представляет собой средневзвешенную сумму дохода всех живущих поколений с учетом их численности:

$$(П17) \quad WI(t) = \int_{-\infty}^t L(v, t) WI(v, t) dv, \text{ где } WI(v, t),$$

при этом непроцентный доход в зависимости от возраста домашнего хозяйства определяется следующим образом:

$$(П18) \quad WI(v, \tau) = \begin{cases} (1 - t_L) W^N(v, \tau) - t_W & \text{для } \tau - v \leq \pi, \\ (1 - t_L) W^N(v, \tau) + z & \text{для } \tau - v > \pi. \end{cases}$$

Агрегированный непроцентный доход $WI(t)$ является суммой непроцентного дохода пенсионеров и непроцентного дохода молодых поколений:

$$(П19) \quad WI(t) = \int_{-\infty}^{t-\pi} L(v, t) [(1 - t_L) WI(v, t) + z] dv + \int_{t-\pi}^t L(v, t) [(1 - t_L) WI(v, t) - t_W] dv.$$

С учетом определения трудового дохода через предельный продукт труда и индекс эффективности

$$(П20) \quad W^N(v, t) = E(t - v) F_N(k_N(t, 1)) = \omega_0 e^{-\alpha(t-v)} F_N(k_N(t, 1)).$$

Агрегированный непроцентный доход в этом случае

$$\begin{aligned}
 (П21) \quad WI(t) = & \int_{-\infty}^{t-\pi} L(v, t) \left[(1-t_L) \omega_0 e^{-\alpha(t-v)} F_N(k_N(t, 1)) + z \right] dv + \\
 & + \int_{t-\pi}^t L(v, t) \left[(1-t_L) \omega_0 e^{-\alpha(t-v)} F_N(k_N(t, 1)) - t_W \right] dv.
 \end{aligned}$$

С учетом $\bar{n}(v, t) = E(t - v) = \omega_0 e^{-\alpha(t-v)}$ из уравнения (5) и определения $N(t)$ из уравнения (23):

$$(П22) \quad WI(t) = (1-t_L) F_N(k_N(t, 1)) \frac{\eta \omega_0}{\alpha + \eta} L(t) + z \int_{-\infty}^{t-\pi} L(v, t) dv - t_W \int_{t-\pi}^t L(v, t) dv.$$

С учетом определения текущей численности поколения, рожденного в момент времени v , из уравнения (14):

$$\begin{aligned}
 (П23) \quad WI(t) = & (1-t_L) F_N(k_N(t, 1)) \frac{\eta \omega_0}{\alpha + \eta} L(t) + z \int_{-\infty}^{t-\pi} \eta e^{\eta v - \beta t} dv - t_W \int_{t-\pi}^t \eta e^{\eta v - \beta t} dv = \\
 = & (1-t_L) F_N(k_N(t, 1)) \frac{\eta \omega_0}{\alpha + \eta} L(t) - (1 - e^{-\eta \pi}) t_W e^{\eta t} + z e^{-\eta \pi} e^{\eta t}.
 \end{aligned}$$

С учетом того, что имеет место несбалансированная пенсионная система, агрегированный непроцентный доход может быть представлен в зависимости от трудового дохода за вычетом подоходного налога и дефицита пенсионного фонда:

$$(П24) \quad WI(t) = (1-t_L) \frac{\eta \omega_0}{\alpha + \eta} F_N(k_N(t, 1)) L(t) + D(t).$$

3. Общественное благосостояние

Общественное благосостояние может быть представлено дисконтированной суммой полезности всех живущих и будущих поколений, как молодых, так и пожилых:

$$\begin{aligned}
 (П25) \quad SW(t) = & \int_t^{\infty} \int_{-\pi}^{\tau} L(v, \tau) \ln \bar{c}(v, \tau) e^{(\rho + \beta)(t - \tau)} dv d\tau + \\
 & + \int_t^{\infty} \int_{\tau - \pi}^{\tau} L(v, \tau) \ln \bar{c}(v, \tau) e^{(\rho + \beta)(t - \tau)} dv d\tau.
 \end{aligned}$$

Из уравнения Эйлера можно определить индивидуальное потребление в момент времени τ и v через сумму богатства в соответствующий момент времени:

$$(П26) \quad \bar{c}(v, \tau) = \bar{c}(v, t) e^{(r-\rho)(\tau-t)},$$

$$(П27) \quad \bar{c}(v, v) = \bar{c}(v, t) e^{(r-\rho)(v-t)},$$

$$(П28) \quad (\rho + \beta) [\bar{a}(v, v) + \bar{a}^H(v, v)] = (\rho + \beta) [\bar{a}(v, t) + \bar{a}^H(v, t)] e^{-(r(t)-\rho)(v-t)}.$$

С учетом того, что первоначальное богатство при рождении равно нулю, $\bar{a}(v, v) = 0$, индивидуальное потребление можно представить следующим образом:

$$(П29) \quad \bar{c}(v, \tau) = (\rho + \beta) (\bar{a}(v, \tau) + \bar{a}^H(v, \tau)) = (\rho + \beta) \bar{a}^H(v, v) e^{-(r-\rho)(v-t)}.$$

Индивидуальное богатство молодых и пожилых домашних хозяйств, рожденных в момент времени v , определяется как дисконтированная сумма будущих потоков трудового дохода, пенсий и социальных отчислений в случае молодых поколений:

$$(П30) \quad \bar{a}_{old}^H(v, t) = \frac{1}{r + \alpha + \beta} \left(\omega(1-\varepsilon)(1-t_L) \left(\frac{k}{n} \right)^\varepsilon e^{\alpha(v-t)} \right) + \frac{z}{r + \beta},$$

для $v \geq \pi$,

$$(П31) \quad \bar{a}_{young}^H(v, t) = \frac{1}{r + \alpha + \beta} \left(\omega(1-\varepsilon)(1-t_L) \left(\frac{k}{n} \right)^\varepsilon e^{\alpha(v-t)} \right) - \frac{tw}{r + \beta} + \frac{tw + z}{r + \beta} e^{-(r+\beta)(v+\pi-t)}$$

для $v < \pi$.

С учетом приведенных выше выражений для индивидуального трудового богатства функция общественного благосостояния имеет следующий вид:

$$(П32) \quad SW(t) = \frac{e^{n_L t}}{n_L - \rho - \beta} \left[\left(\ln((\rho + \beta) \bar{a}_o^H) + (r - \rho) \frac{\pi\eta + 1}{\eta} \right) e^{-\eta\pi} - \right. \\ \left. - \ln((\rho + \beta) \bar{a}_o^H) (1 - e^{-\eta\pi}) - (r - \rho) (1 - e^{-\eta\pi} - \eta\pi e^{-\eta\pi}) \eta^{-1} \right],$$

где $\bar{a}_o^H = \frac{1}{r + \alpha + \beta} \left(\omega(1-\varepsilon)(1-t_L) \left(\frac{k}{n} \right)^\varepsilon \right) + \frac{z}{r + \beta}$,

$$(П33) \quad \bar{a}_y^H = \frac{1}{r + \alpha + \beta} \left(\omega(1-\varepsilon)(1-t_L) \left(\frac{k}{n} \right)^\varepsilon \right) - \frac{tw}{r + \beta} + \frac{tw + z}{r + \beta} e^{-(r+\beta)\pi}.$$

* *
*

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- Almeida V., de Castro G.L., Félix R.M., Júlio P., Maria J.R.* Inside PESSOA-A Detailed Description of the Model: Banco de Portugal, Economics and Research Department. Working paper № w201316. 2013.
- Bettendorf L., Heijdra B.* Population Ageing and Pension Reform in a Small Open Economy with Non-traded Goods // *Journal of Economic Dynamics and Control*. 2006. 30. 12. P. 2389–2424.
- Blanchard O.J.* Debt, Deficits, and Finite Horizons // *Journal of Political Economy*. 1985. Vol. 93. P. 223–247.
- Borsh-Supan A.X.E.L., Ludwig A., Winter J.* Ageing, Pension Reform and Capital Flows: A Multi-country Simulation Model // *Economica*. 2006. 73(292). P. 625–658.
- Bovenberg A.L.* Investment Promoting Policies in Open Economies: The Importance of Intergenerational and International Distributional Effects // *Journal of Public Economics*. 1993. 51. P. 3–54.
- Buiter W.H.* Death, Birth, Productivity Growth and Debt Neutrality // *Economic Journal*. 1988. 98. P. 279–293.
- Castro G., Maria J.R., Félix R.M., Braz C.R.* Ageing and Fiscal Sustainability in a Small Euro Area Economy. Banco de Portugal, Economics and Research Department, 2013.
- Castro G., Maria J.R., Félix R.M., Braz C.R.* Aging and Fiscal Sustainability in a Small Euro Area Economy. *Macroeconomic Dynamics*. 2016. P. 1–33.
- De la Croix D., Pierrard O., Sneessens H.R.* Aging and Pensions in General Equilibrium: Labor Market Imperfections Matter // *Journal of Economic Dynamics and Control*. 2013. 37(1). P. 104–124.
- Fischer S., Blanchard O.J.* Lectures on Macroeconomics. MIT Press, 1989.
- Giovannini A.* The Real Exchange Rate, the Capital Stock, and Fiscal Policy // *European Economic Review*. 1988. 32. № 9. P. 1747–1767.
- Heijdra B.J., Ligthart J.E.* The Macroeconomic Dynamics of Demographic Shocks // *Macroeconomic Dynamics*. 2006. 10. № 03. P. 349–370.
- Karam P.D., Muir D., Pereira J., Tuladhar A.* Macroeconomic Effects of Public Pension Reforms: IMF Working Papers. 2010. P. 1–63.
- Kilponen J., Kinnunen H., Ripatti A.* Population Ageing in a Small Open Economy-some Policy Experiments with a Tractable General Equilibrium Model: Bank of Finland Research Discussion Paper. 2006. 28.
- Marchiori L., Pierrard O.* LOLA 2.0: Luxembourg Overlapping Generation Model for Policy Analysis. Central Bank of Luxembourg, 2012. № 76.
- Marchiori L., Pierrard O., Sneessens H.* Demography, Capital Flows and Unemployment: Banque Centrale du Luxembourg Working Paper № 69. October 2011.
- McGrattan E.R., Prescott E.C.* On Financing Retirement with an Aging Population // Federal Reserve Bank of Minneapolis Research Department Staff Report 472. April 2015.
- Nickel C., Rother P., Theophilopoulou A.* Population Ageing and Public Pension Reforms in a Small Open Economy: Working Paper Series. № 863. 2008.
- Nielsen S.B.* Social Security and Foreign Indebtedness in a Small Open Economy // *Open Economies Review*. 1994. 5. 1. P. 47–63.
- OECD. Pensions at a Glance 2013: OECD and G20 Indicators. OECD Publishing, 2013.
- Pierrard O., Sneessens H.R.* LOLA 1.0: Luxembourg Overlapping Generation Model for Policy Analysis. Central Bank of Luxembourg, 2009. № 36.
- Weil P.* Overlapping Families of Infinite-lived Agents // *Journal of Public Economics*. 1989. 38. P. 183–198.
- Yaari M.E.* Uncertain Lifetime, Life Insurance, and the Theory of the Consumer // *Review of Economic Studies*. 1965. 32. P. 137–150.

Fiscal Policy and the Unbalanced Pension System

Mariam Mamedli

The Central Bank of the Russian Federation (Bank of Russia),
12, Neglinnaya Street, Moscow, 107016, Russian Federation.
E-mail: mmamedli@hse.ru

The ageing of the population and the imbalance of public finances force governments to carry out pension reforms in order to insure the sustainability of pension systems. The reforming of social security systems is becoming even more urgent as the government ability to cover the deficit of pension funds with transfers from federal budgets is limited. The paper presents the modification of overlapping generations model developed by [Bettendorf, Heijdra, 2006]. The model was extended to account for the unbalanced pension system and endogenous interest rate, important in estimation of pension expenses. We consider an optimal combination of fiscal instruments depending on the retirement age, life expectancy and productivity of labour and compare social welfare in the case of balanced and unbalanced pension system. The welfare analysis shows that financing the pension fund deficit via income taxes is a part of optimal policy. It was also shown that when the deficit of the pension fund is covered by the government, income tax and social contributions are perfect substitutes when the interior solution is considered. Thus in case of balanced pension system optimal social contributions are positive and are used to finance pensions, while optimal income tax rate does not depend on the rate of population growth. In the case of unbalanced pension system, the maximization of welfare function points in favour of corner solution with zero social contributions and positive income tax, which depends on population growth, retirement age and labour productivity. While an unbalanced pension system with optimally chosen fiscal instruments allows to achieve higher social welfare due to higher level of capital per efficiency unit of labor and lower equilibrium level of public debt.

Key words: overlapping generations; optimal fiscal policy; retirement age; unbalanced pension system.

JEL Classification: E62, H21, H55, H63, H75.

* *
*

References

- Almeida V., de Castro G.L., Félix R.M., Júlio P., Maria J.R. (2013) *Inside PESSOA-A Detailed Description of the Model*. Banco de Portugal, Economics and Research Department. Working Paper no w201316.
- Bettendorf L., Heijdra B. (2006) Population Ageing and Pension Reform in a Small Open Economy with Non-traded Goods. *Journal of Economic Dynamics and Control*, 30, 12, pp. 2389–2424.
- Blanchard O.J. (1985) Debt, Deficits, and Finite Horizons. *Journal of Political Economy*, 93, pp. 223–247.
- Borsh-Supan A.X.E.L., Ludwig A., Winter J. (2006) Ageing, Pension Reform and Capital Flows: A Multi-country Simulation Model. *Economica*, 73, 292, pp. 625–658.
- Bovenberg A.L. (1993) Investment Promoting Policies in Open Economies: The Importance of Intergenerational and International Distributional Effects. *Journal of Public Economics*, 51, pp. 3–54.
- Buiter W.H. (1988) Death, Birth, Productivity Growth and Debt Neutrality. *Economic Journal*, 98, pp. 279–293.
- Castro G., Maria J.R., Félix R.M., Braz C.R. (2013) *Ageing and Fiscal Sustainability in a Small Euro Area Economy*. Banco de Portugal, Economics and Research Department.
- Castro G., Maria J.R., Félix R.M., Braz C.R. (2016) Aging and Fiscal Sustainability in a Small Euro Area Economy. *Macroeconomic Dynamics*, pp. 1–33.
- De la Croix D., Pierrard O., Sneessens H.R. (2013) Aging and Pensions in General Equilibrium: Labor Market Imperfections Matter. *Journal of Economic Dynamics and Control*, 37, 1, pp. 104–124.
- Fischer S., Blanchard O.J. (1989) *Lectures on Macroeconomics*. MIT Press.
- Giovannini A. (1988) The Real Exchange Rate, the Capital Stock, and Fiscal Policy. *European Economic Review*, 32, 9, pp. 1747–1767.
- Heijdra B.J., Ligthart J.E. (2006) The Macroeconomic Dynamics of Demographic Shocks. *Macroeconomic Dynamics*, 10, 03, pp. 349–370.
- Karam P.D., Muir D., Pereira J., Tuladhar A. (2010) *Macroeconomic Effects of Public Pension Reforms*. IMF Working Papers, pp. 1–63.
- Kilponen J., Kinnunen H., Ripatti A. (2006) *Population Ageing in a Small Open Economy-some Policy Experiments with a Tractable General Equilibrium Model*. Bank of Finland Research Discussion Paper, 28.
- Marchiori L., Pierrard O. (2012) LOLA 2.0: Luxembourg Overlapping Generation Model for Policy Analysis. *Central Bank of Luxembourg*, no 76.
- Marchiori L., Pierrard O., Sneessens H. (2011) *Demography, Capital Flows and Unemployment*. Banque Centrale du Luxembourg Working Paper no 69, October.
- McGrattan E.R., Prescott E.C. (2015) *On Financing Retirement with an Aging Population*. Federal Reserve Bank of Minneapolis Research Department Staff Report 472, April.
- Nickel C., Rother P., Theophilopoulou A. (2008) *Population Ageing and Public Pension Reforms in a Small Open Economy*. Working Paper Series, no 863.
- Nielsen S.B. (1994) Social Security and Foreign Indebtedness in a Small Open Economy. *Open Economies Review*, 5, 1, pp. 47–63.
- OECD (2013) *Pensions at a Glance 2013*. OECD and G20 Indicators. OECD Publishing.
- Pierrard O., Sneessens H.R. (2009) *LOLA 1.0: Luxembourg Overlapping Generation Model for Policy Analysis*. Central Bank of Luxembourg, no 36.
- Weil P. (1989) Overlapping Families of Infinite-lived Agents. *Journal of Public Economics*, 38, pp. 183–198.
- Yaari M.E. (1965) Uncertain Lifetime, Life Insurance, and the Theory of the Consumer. *Review of Economic Studies*, 32, pp. 137–150.